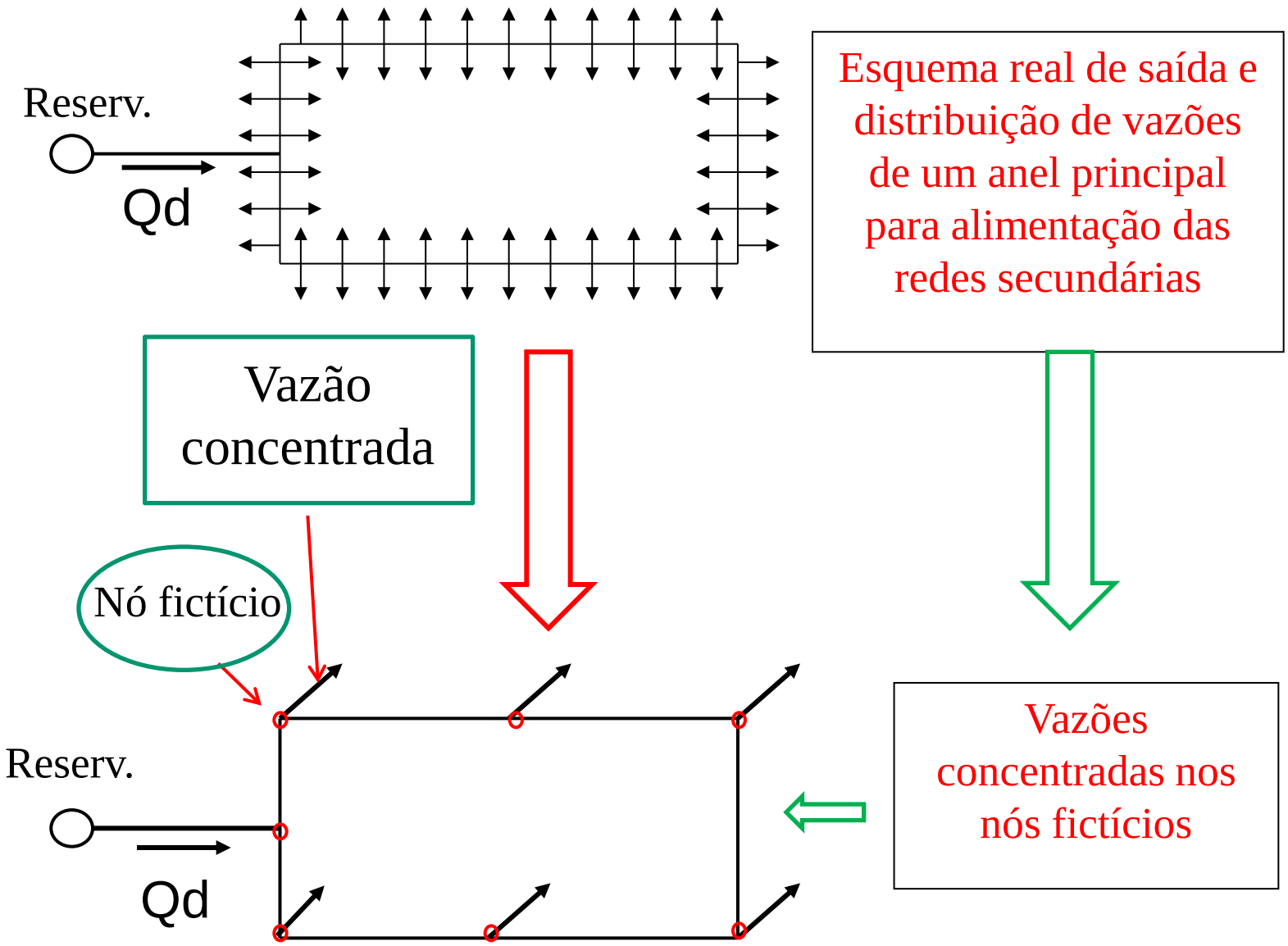
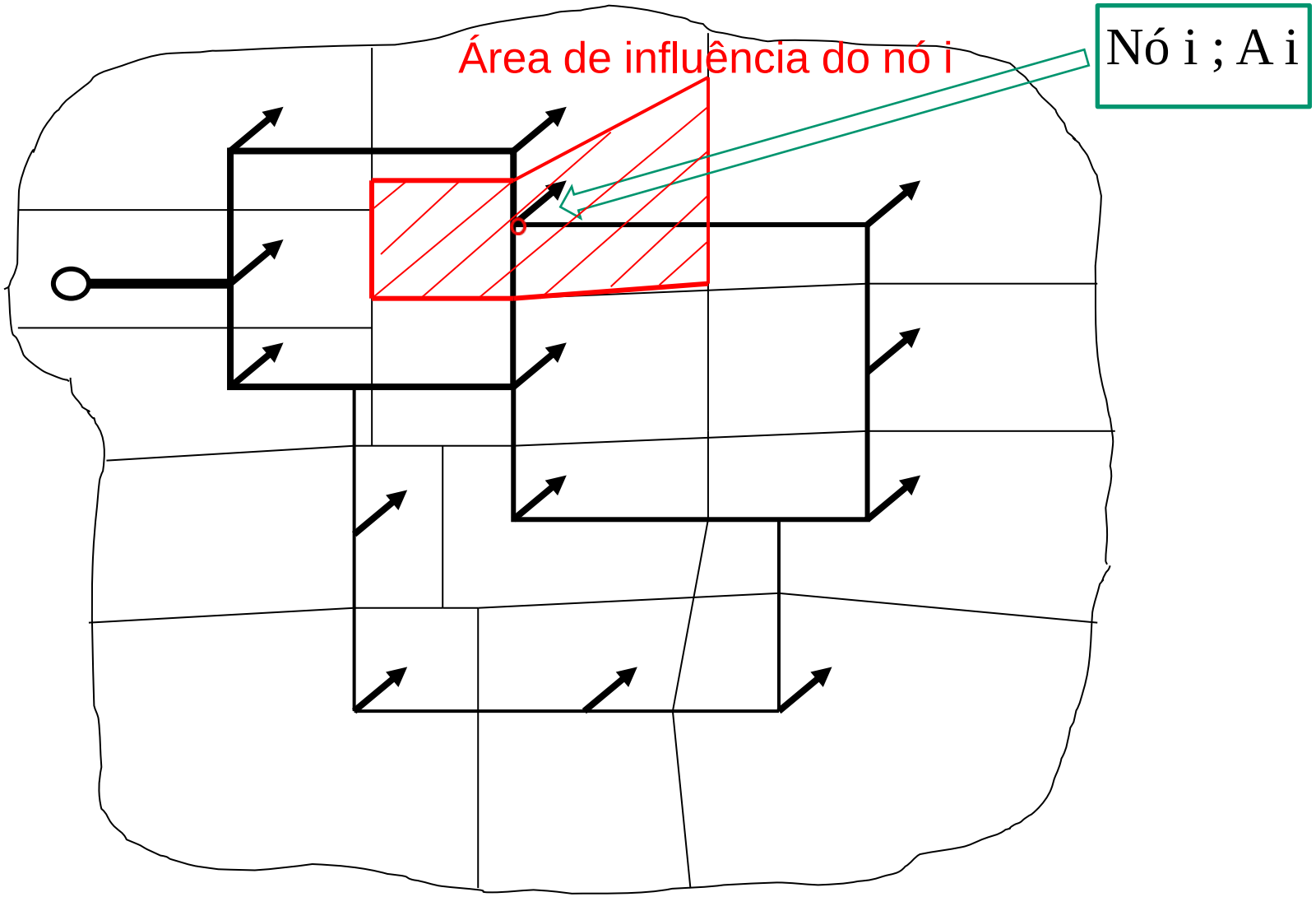
Redes Malhadas

Rede Malhada



Como são calculadas as vazões nos nós ?



Através das áreas de influências dos respectivos nós

Estimativa das vazões concentradas nos nós fictícios

$$Q_{nó\ i} = Q_d \frac{A_i}{A}$$

- $Q_{nó\ i}$ = vazão no nó i (L/s)
- Ai=área de influência do nó i
- A=área de abastecimento da rede

OBS.: Qd=vazão de distribuição calculada para o final de plano

Método de Hardy Cross

Cálculo hidráulico das redes malhadas:

Objetivo:
cálculo de pressões nos nós e vazões nos trechos

Maneiras:

1. Manual: Hardy Cross ← Aula de hoje

2. Automático: Epanet (free) e outros pacotes
   Métodos numéricos mais elaborados para realizar o cálculo hidráulico

Método de Hardy Cross

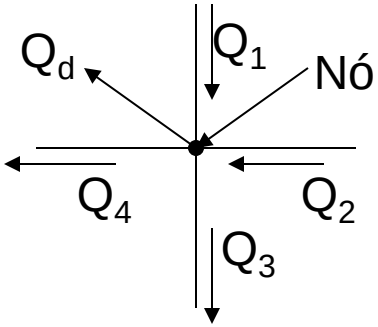
As equações devem satisfazer as condições básicas para equilíbrio do sistema:

✓Soma algébrica das vazões em cada nó é nula

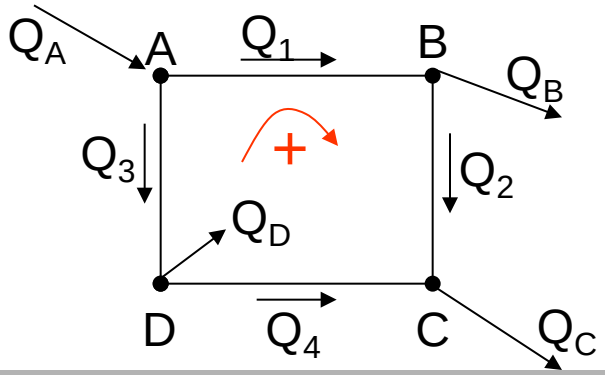
$$\sum Q = \pm Q_1 \pm Q_2 \pm Q_3 \pm .... \pm Q_n = 0$$

✓A soma algébrica das perdas de carga (partindo e chegando no mesmo nó) em qualquer circuito fechado (malhas ou anéis) é igual a zero.

$$\sum \Delta H = \pm \Delta H_1 \pm \Delta H_2 \pm \Delta H_3 \pm .... \pm \Delta H_n = 0$$



$$\sum Q = Q_1 + Q_2 - Q_3 - Q_4 - Q_d = 0$$



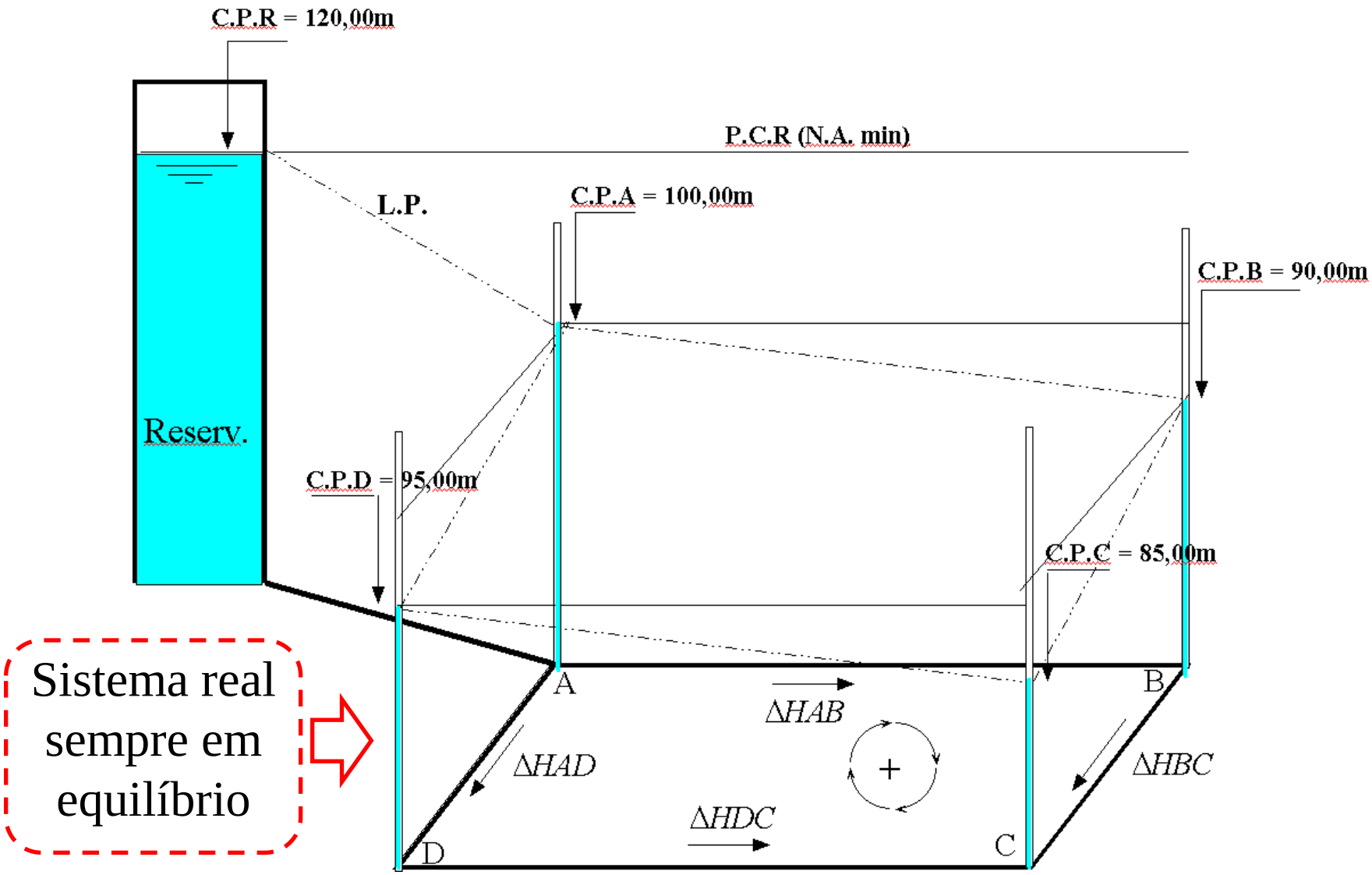
Convenção:

NÓ: sentido do escoamento para o nó como positivo;

ANEL: sentido do escoamento horário como positivo.

$$\sum \Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2 - \Delta H_4 - \Delta H_3 = 0$$

Por quê $\sum \Delta H_{anel} = 0$???



$$\sum \Delta H_{anel} = +\Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} - \Delta H_{DC} - \Delta H_{AD} = +10 + 5 - 10 - 5 = 0$$

Método de Hardy Cross

Processo iterativo:

$$Q = Q_a + \Delta Q$$

Valor corrigido — inicial — correção

Q_a= vazão hipotética

ΔQ= correção de vazão

Somatório das perdas de carga:

$$\sum \Delta H = \sum KQ^n = \sum K\left[Qa + \Delta Q\right]^n = \sum KQ_a^n\left[1 + \frac{\Delta Q}{Q_a}\right]^n = 0$$

Binômio de Newton

$$(a+b)^n = \sum_{p=0}^{n} \binom{n}{p} \cdot a^{n-p} \cdot b^p = (a+b)^n = \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \ldots + \binom{n}{n} a^0 b^n$$

Exemplo:

$$(2x+1)^4 = \binom{4}{0} \cdot (2x)^4 \cdot 1^0 + \binom{4}{1} \cdot (2x)^3 \cdot 1^1 + \binom{4}{2} \cdot (2x)^2 \cdot 1^2 + \binom{4}{3} \cdot (2x)^1 \cdot 1^3 + \binom{4}{4} \cdot (2x)^0 \cdot 1^4$$

Sendo **n** e **p** dois números naturais $(n \geq p)$, chama-se $\binom{n}{p}$ o **coeficiente binomial** de classe **p**, do número **n**, expresso por: $\frac{n!}{p!(n-p)!}$

Método de Hardy Cross

$$\sum KQ_a^n \left[1 + \frac{\Delta Q}{Q_a} + \frac{n(n-1)}{2!} \left(\frac{\Delta Q}{Q_a} \right) + \ldots \right] = 0$$

$$\sum KQ_a^n = -n \sum KQ_a^{n-1} \Delta Q$$

$$\underbrace{\Delta Q}_{\text{correção}} = -\frac{\sum KQ_a^n}{n \sum KQ_a^n / Q_a} = -\frac{\sum H_a}{n \sum \frac{H_a}{Q_a}}$$

Método de Hardy-Cross

O método iterativo converge rapidamente para valores aceitáveis:

A norma fixa as seguintes condicionantes como procedimentos de parada do processo iterativo:

$$\Delta Q \leq 0{,}1 \text{ L/s}$$

e

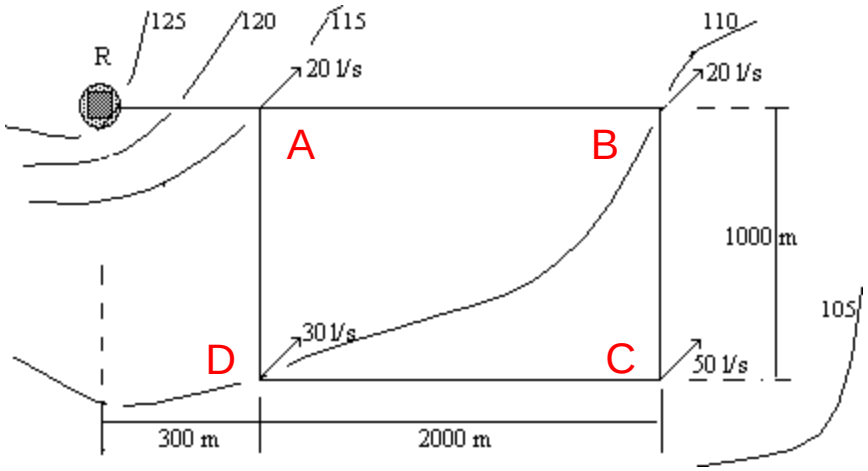
$$\sum \Delta H \leq 0{,}05 \text{ mca}$$

Planilha de cálculo

Trecho	D (m)	L (m)	Q_o (l/s)	dh (m)	dh/Q_o [m/(l/s)]	ΔQ_o (l/s)
			Σ			

Calcular pelo método Hardy-Cross, usando a expressão de perda de carga de Hazen-Williams (n = 1,85), a rede de distribuição esquematizada na figura a seguir.

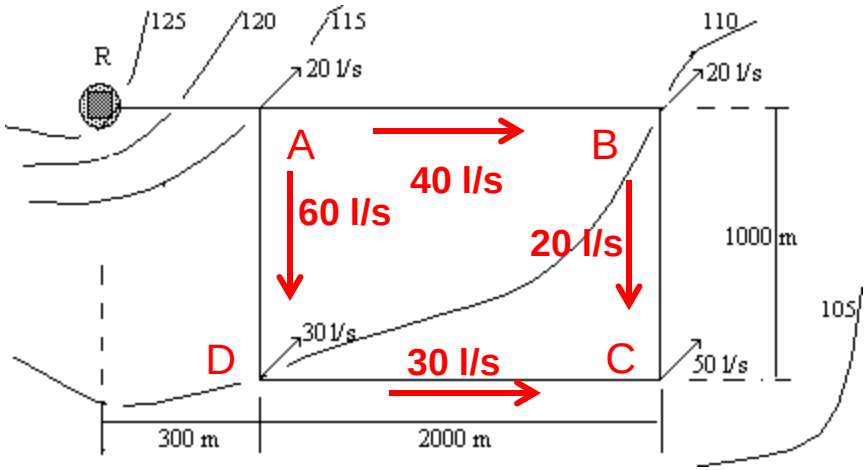
- São conhecido C = 100. Encontrar também a cota mínima do nível d'água no reservatório para uma pressão mínima de serviço de 2,0 kgf/cm^2.



Trecho	D (m)	L (m)
AB	0,25	2000
BC	0,2	1000
CD	0,25	2000
DA	0,3	1000
RA	0,4	300

Calcular pelo método Hardy-Cross, usando a expressão de perda de carga de Hazen-Williams (n = 1,85), a rede de distribuição esquematizada na figura a seguir.

- conhecido C = 100. Encontrar a cota mínima do nível d'água no reservatório para uma pressão mínima de serviço de 2,0 kgf/cm^2.



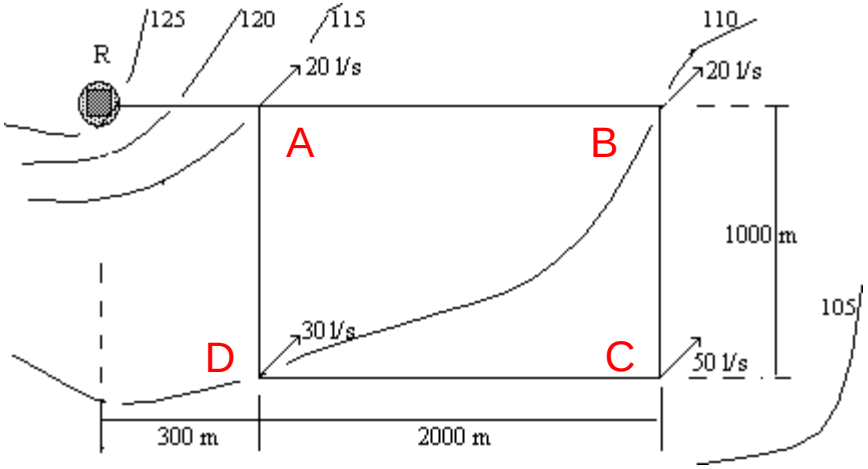
Trecho	D (m)	L (m)
AB	0,25	2000
BC	0,2	1000
CD	0,25	2000
DA	0,3	1000
RA	0,4	300

Resolução

Trecho	D	L	Q	dh	ΔQ	Q	dh	dh/Q	ΔQ	Q	dh
	(m)	(m)	(l/s)	(m)	(l/s)	(l/s)	(m)		(l/s)	(l/s)	(m)
AB	0,25	2000	40	9,42	-2,91	37,09	8,20	0,22	-0,035	37,06	8,18
BC	0,2	1000	20	3,87	-2,91	17,09	2,90	0,17	-0,035	17,06	2,89
CD	0,25	2000	-30	-5,53	-2,91	-32,91	-6,57	0,20	-0,035	-32,94	-6,58
DA	0,3	1000	-60	-4,11	-2,91	-62,91	-4,48	0,07	-0,035	-62,94	-4,49
RA	0,4	300									1,09
			Σ	3,66		Σ	0,042	0,66			0,00

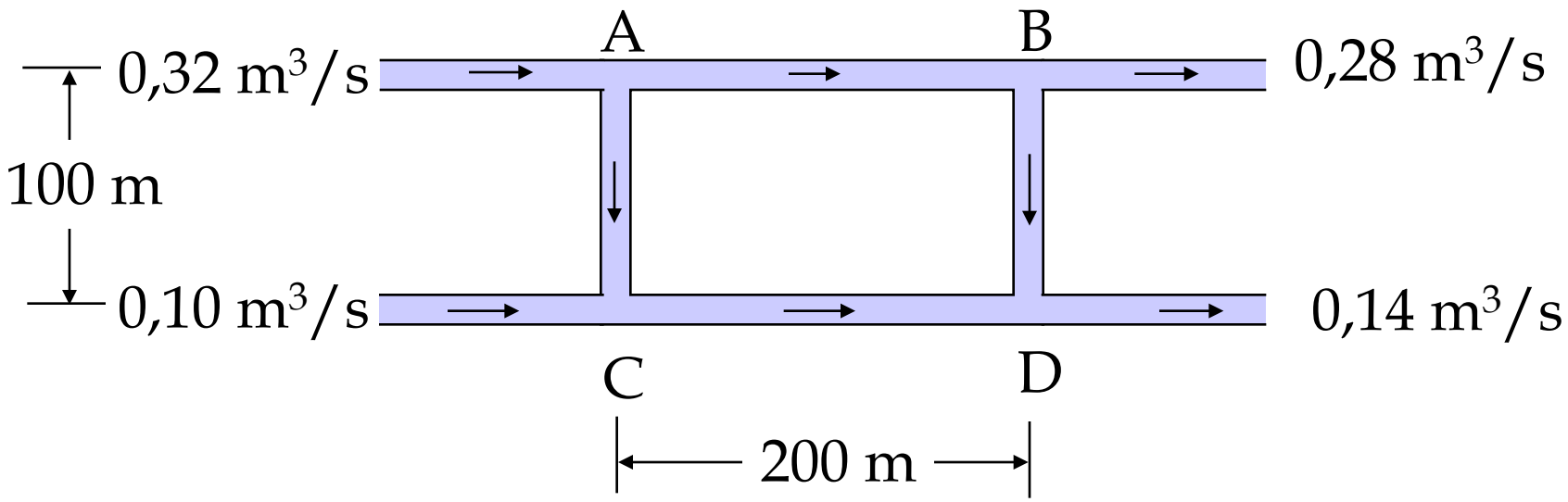
1ª Correção: ΔQ = - 3,66 / (1,85 x 0,68) = - 2,91 l/s

2ª Correção: ΔQ = - 0,042 / (1,85 x 0,66) = - 0,035 l/s, menor que 0,10 l/s (OK!)



Exemplo: usando a fórmula universal de perda de carga

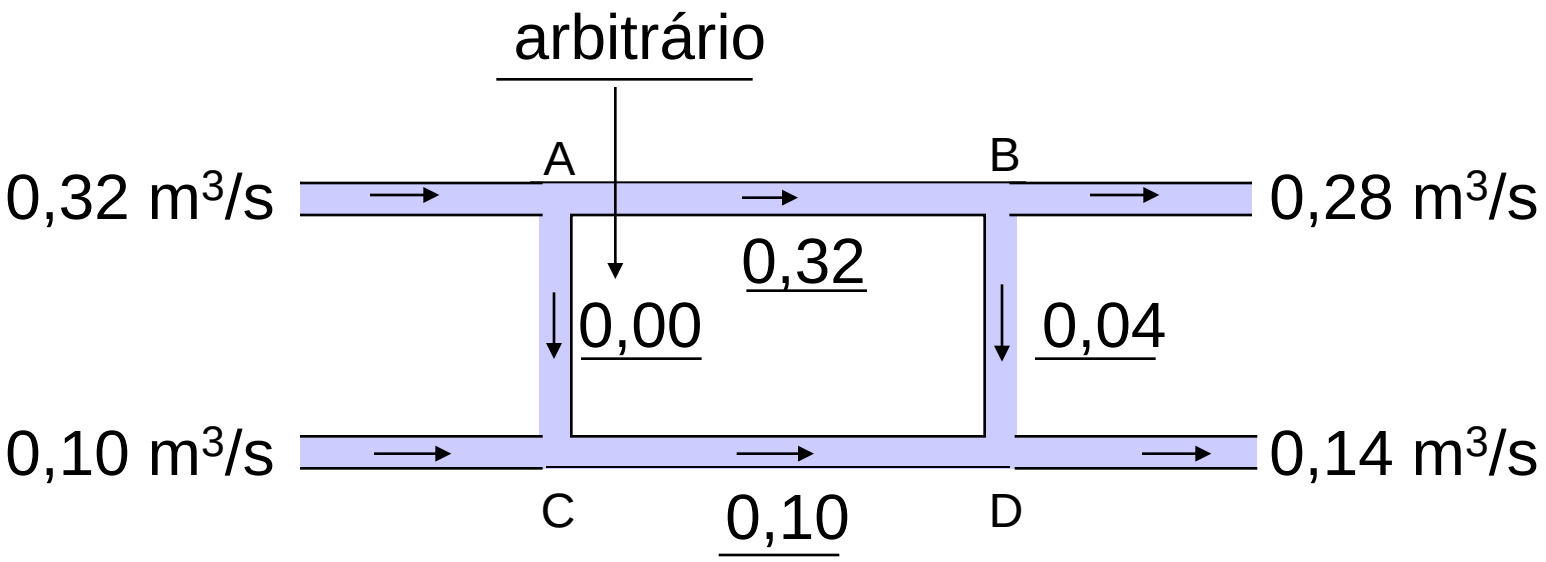
Encontre o fluxo em um anel dadas as entradas e as saídas. A tubulação é em aço carbono com 25cm de diâmetro e fator de atrito f=0,020.



Exemplo: usando a fórmula universal de perda de carga

Adote a vazão para cada trecho

A vazão de entrada e saída em cada nó deve ser igual.



Cálculo da Perda de Carga

$$\Delta H = \frac{8fLQ^2}{g\pi D^5}$$

$$\Delta H_1 = 34{,}66\text{m}$$

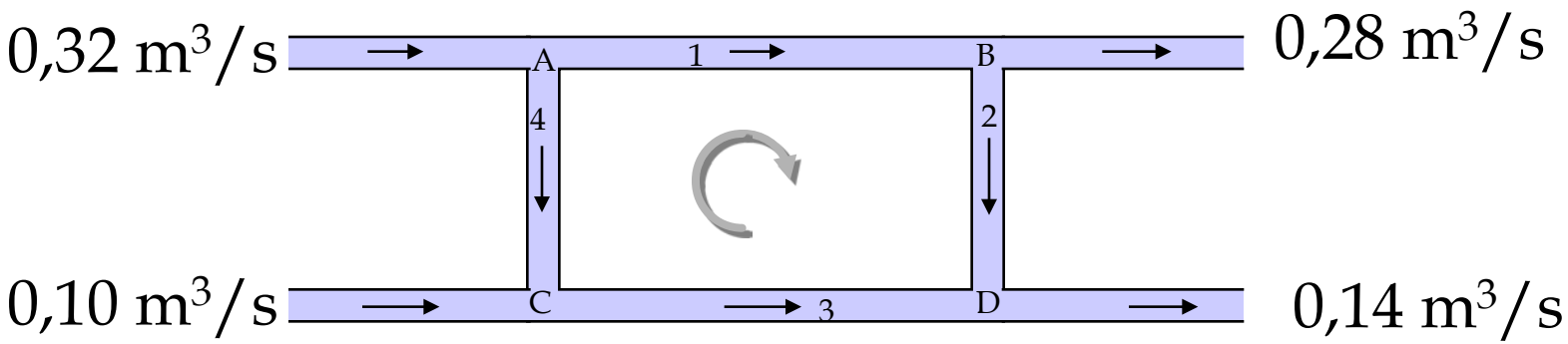
$$\Delta H_2 = 0{,}54\ \text{m}$$

$$\Delta H_3 = -3{,}38\text{m}$$

$$\Delta H_4 = -0{,}00\text{m}$$

$$\sum_{i=1}^{4} \Delta H_i = 31{,}55\text{m}$$

sentido horário(+)

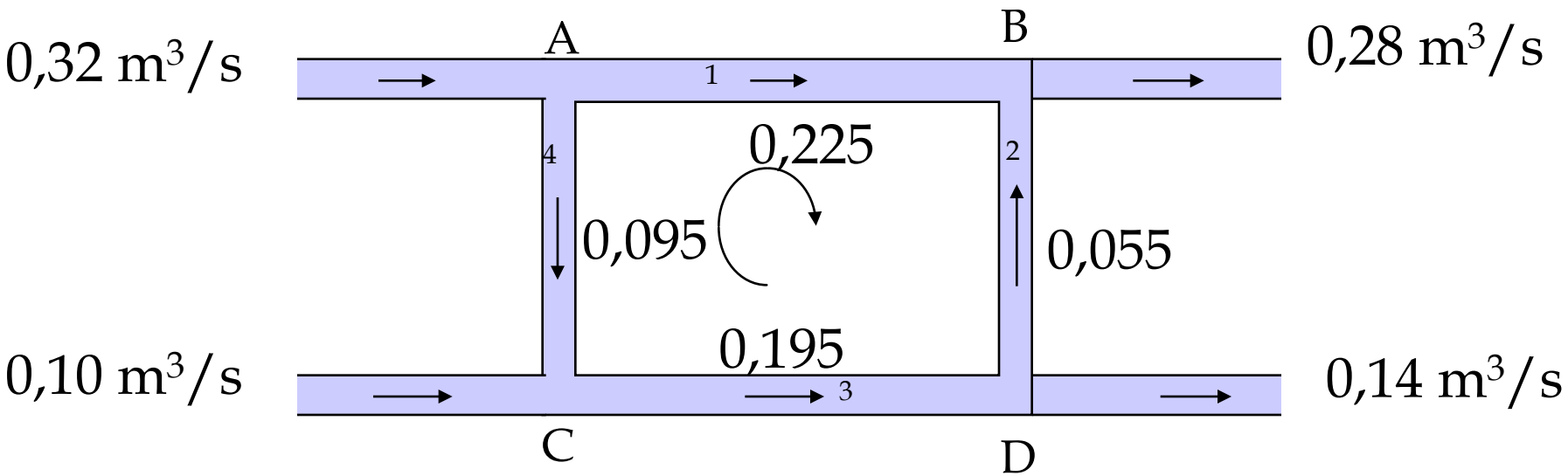


Solução com planilha (Solver)

- Criar uma planilha como a apresentada abaixo
- Os números em azul são dados de entrada e as outras células são equações
- A coluna $Q_0+\Delta Q$ contém o fluxo corrigido

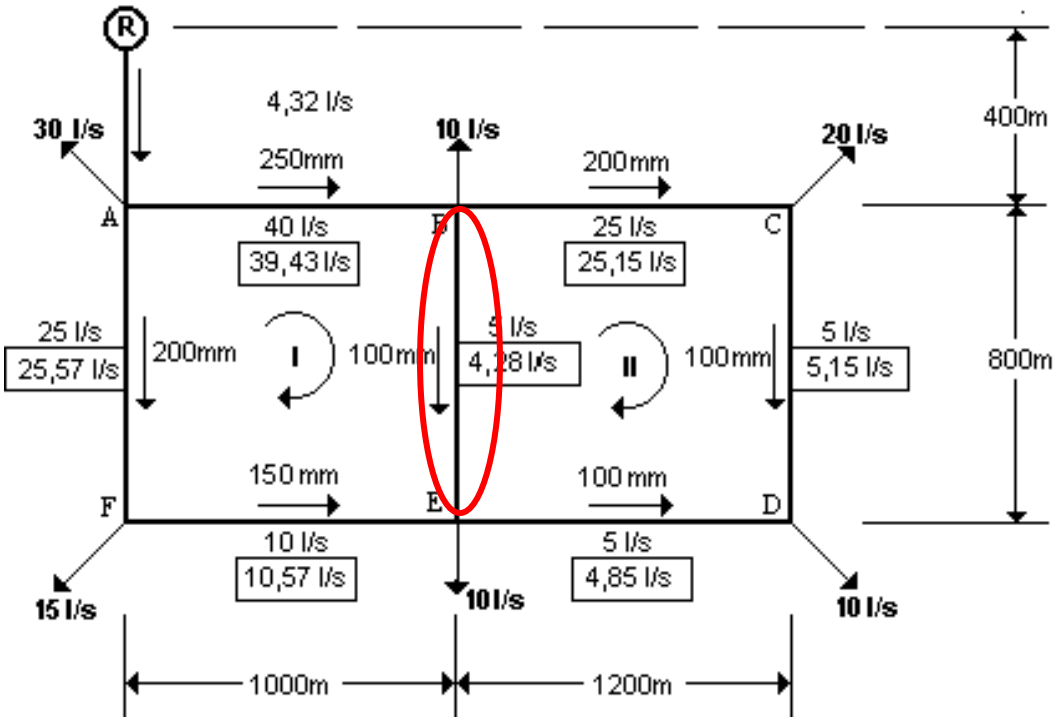
L	D	ΔH	Q0	Q0+ΔQ	Novo ΔH	Delta Q
200	**0,25**	34,66	**0,32**			
100	**0,25**	0,27	**0,04**			
200	**0,25**	-3,38	**-0,1**			
100	**0,25**	0,00	**0**			

Solução

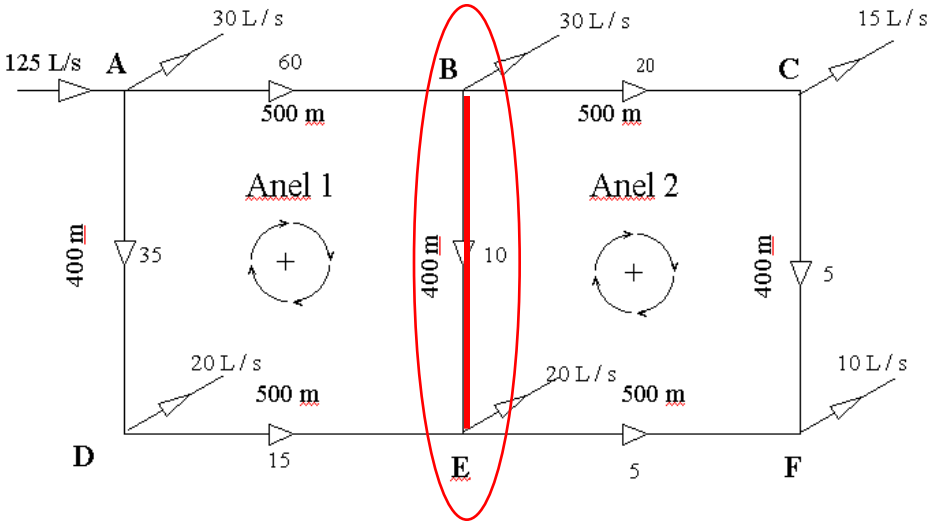


				ΔQ	-0,10	
trecho	L	D	ΔH	Q0	Q0+ΔQ	Novo ΔH
1	**200**	**0,25**	34,66	**0,32**	0,225	17,06
2	**100**	**0,25**	0,54	**0,04**	-0,055	-1,04
3	**200**	**0,25**	-3,38	**-0,1**	-0,195	-12,93
4	**100**	**0,25**	0,00	**0**	-0,095	-3,09
					soma=	0,00

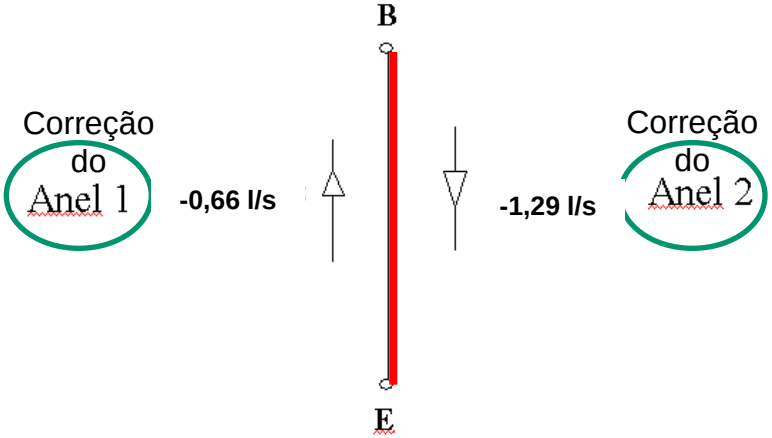
Importante! Para cada anel, nos trechos comuns com outros anéis (aqui é o trecho BE) a correção de vazão em cada interação será a diferença entre as correções do anel percorrido e do anel calculado para o trecho comum. Neste exemplo vemos que se estamos no "anel I", então a correção no trecho BE é $\Delta Q_{ANEL\ I} - \Delta Q_{ANEL\ II}$.



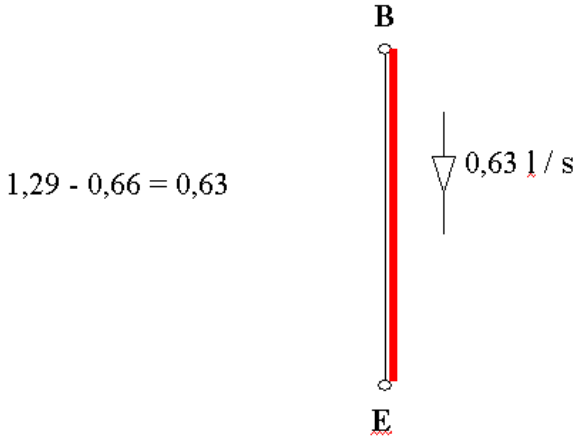
Exemplo de ajuste das vazões nos trechos comuns



Trecho Comum B-E



1,29 - 0,66 = 0,63

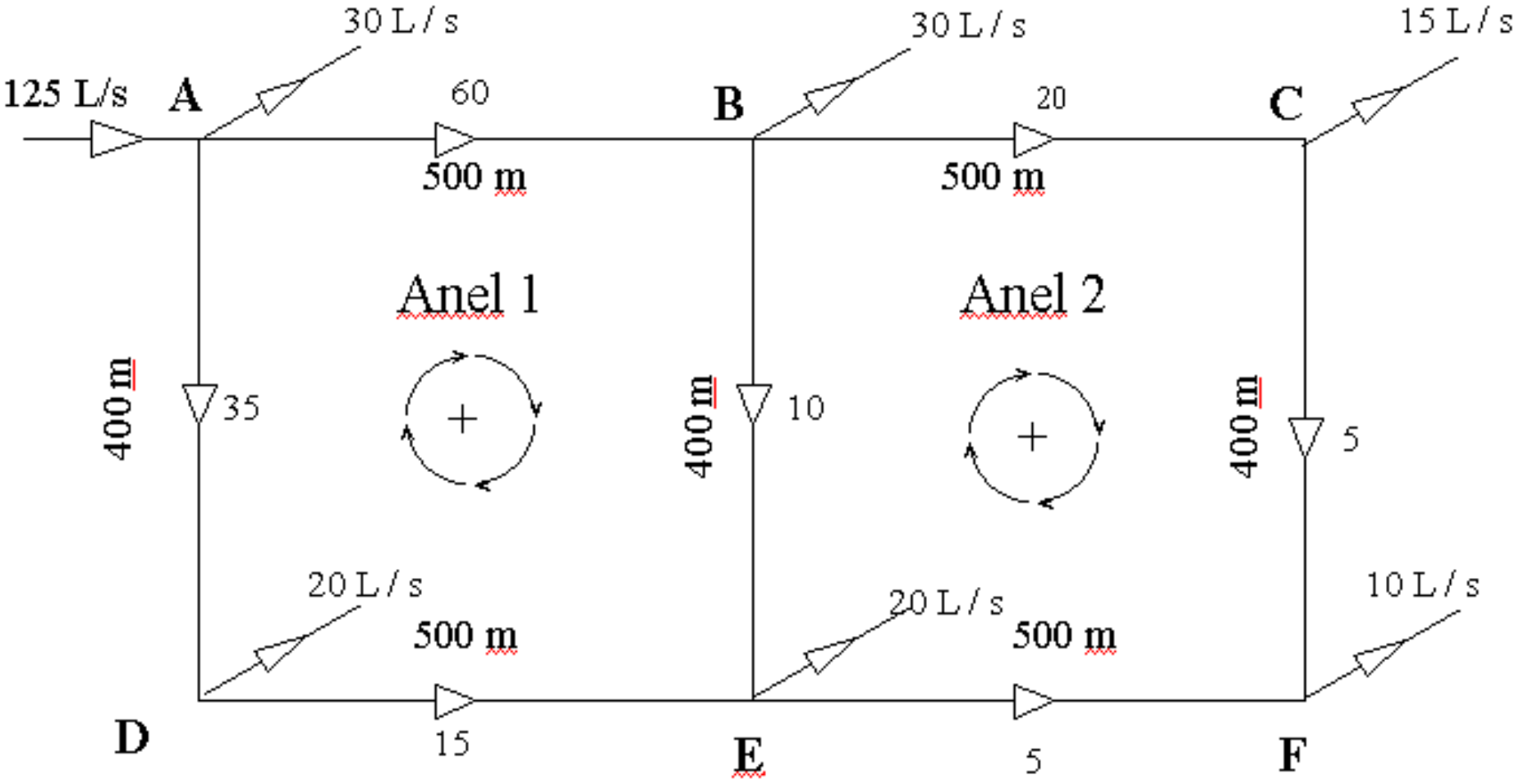


Correção da vazão do trecho B-E

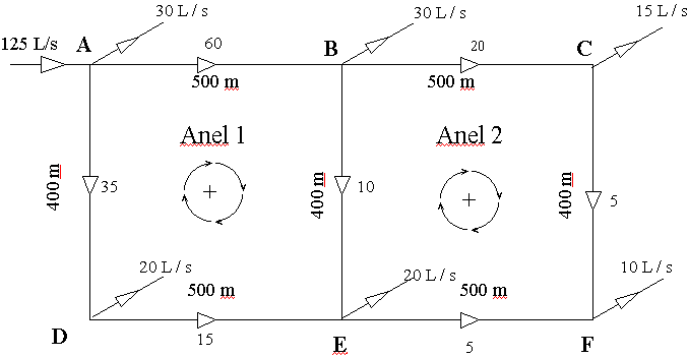
Anel 1 = +0,63 l / s

Anel 2 = - 0,63 l / s

Exemplo Método de Hardy-Cross



Planilha Hardy-Cross



Anel 1: $\sum \Delta H_1 = 1{,}18 > 0{,}05$mca →não OK!

$\Delta Q_1 = -1{,}95 > 0{,}1$ L/s → não OK!

Anel 2: $\sum \Delta H_1 = -0{,}67 > 0{,}05$mca →não OK!

$\Delta Q_1 = 1{,}97 > 0{,}1$ L/s → não OK!

Anel	trecho	L(m)	Q1 (l/s)	D p/ J=8m/km (m)	D Comercial (mm)	ΔH_1 (m)	$\frac{\Delta H1}{Q1}$	$\Delta Q1 = \frac{-\sum \Delta H1}{n \sum \frac{\Delta H1}{Q1}}$	$Q_2 = Q1 + \Delta Q_1$	ΔH_2 (m)	$\frac{\Delta H2}{Q2}$	$\Delta Q2 = \frac{-\Delta H2}{n \sum \frac{\Delta H2}{Q2}}$	$Q_3 = Q_2 + \Delta Q2$	...	Q final
1	AB	500	+60	0,261	300	+2.05	0,0342	-1,95	+58,05	+1,93	0,0332	+0,035	+58,08		
	BE	400	+10	0,132	150	+1,74	0,1740	-2,15	+7,85	+1,11	0,1414	+0,210	+8,06		
	ED	500	-15	0,154	200	-1,14	0,0760	-1,95	-16,95	-1,43	0,0844	+0,035	-16,92		
	DA	400	-35	0,231	250	-1,47	0,0420	-1,95	-36,95	-1,63	0,0441	+0,035	-36,92		
					$\sum \Delta H_1$	+1,18			$\sum \Delta H_2$	-0,02					
					$\sum \Delta H_1/Q_1$		0,03262		$\sum \Delta H_2/Q_2$		0,3031				
							ΔQ_1	$\frac{-1{,}18}{1{,}85\ (0{,}3262)}$			ΔQ_2	$\frac{-(-0{,}02)}{1{,}85\ (0{,}3031)}$			
								$\Delta Q_1 = -1{,}95$				$\Delta Q_2 = +0{,}035$			
2	BC	500	+20	0,172	200	+1,94	0,097	+0,197	+20,20	+1,97	0,0975	-0,171	+20,03		
	CF	400	+5	0,101	100	+3,48	0,696	+0,197	+5,20	+3,75	0,721	-0,171	+5,03		
	FE	500	-5	0,101	100	-4,35	0,870	+0,197	-4,80	-4,04	0,841	-0,171	-4,97		
	EB	400	-10	0,132	150	-1,74	0,174	+2,15	-7,85	-1,11	0,141	-0,210	-8,06		
					$\sum \Delta H_1$	-0,67			$\sum \Delta H_2$	+0,57					
					$\sum \Delta H_1/Q_1$		1,837		$\sum \Delta H_2/Q_2$		1,80				
							ΔQ_1	$\frac{-(-0{,}67)}{1{,}85\ (1{,}837)}$			ΔQ_2	$\frac{-(+0{,}57)}{1{,}85\ (1{,}80)}$			
								$\Delta Q_1 = +1{,}97$				$\Delta Q_2 = -0{,}171$			

Continuar processo iterativo até se obter: $\sum \Delta H_n = < 0{,}05$mca e $\Delta Q_n < 0{,}1$ L/s

- DESAFIO:
- 6.1 e 6.2 livro
- 6.6 livrinho

- Exercício prático: ex.6.6-livro, em grupo.
- Usando redem.exe, pressão mínima 15 mH2O. Admitir variação de $v_{máx}$ de +-0,02 m/s, na determinação da rede de menor custo. Bônus de 0,5 pontos no testinho de pior desempenho.

- Obrigada!